

基于有理四次 Hermite 插值和 PSO 的 EMD 包络线拟合算法

刘 毅, 宋余庆, 刘 哲

(江苏大学计算机科学与通信工程学院, 江苏镇江 212013)

摘 要: 针对经典三次样条插值在 EMD 分解中存在 undershoot 现象, 模态混叠问题及分段三次 Hermite 插值不够灵活等问题, 提出一种基于有理四次 Hermite 插值和 PSO 的 EMD 包络线算法. 该算法利用有理四次 Hermite 中的形状参数调整曲线形状, 并采用粒子群优化算法从曲线簇中找到最优平滑包络线. 通过仿真信号实验和非平稳信号实验, 表明该方法能够有效克服传统方法带来的 undershoot 问题, 改善模态混叠效应, 同时分解后的 IMF 分量正交性和能量保存度指标亦均优于经典 CSI 方法和 PCHI 方法.

关键词: 粒子群优化; 经验模态分解; 有理 Hermite 插值; 包络拟合

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)11-2761-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.11.025

An EMD Envelope Fitting Algorithm Based on Rational Quadratic Hermite Interpolation and PSO

LIU Yi, SONG Yu-qing, LIU Zhe

(School of Computer Science and Communication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstract: In Empirical mode decomposition (EMD) method, the upper and lower envelopes fitted by cubic spline interpolation (CSI) may often occur undershoots phenomenon and mode mixing problem. The Piecewise Cubic Hermite interpolation (PCHI) is not flexible enough. A new quadratic Hermite interpolation algorithm for EMD envelope based on PSO is proposed. The algorithm can adjust the shape of the curve with the shape parameters, and find the optimal smooth envelope by PSO. The experimental result of simulation signal and nonstationary signals show that, the proposed algorithm can effectively overcome the undershoot problem caused by the traditional method, improve the modal aliasing effect, the IO and IEC of the decentralized IMF components are superior to the traditional method.

Key words: particle swarm optimization; empirical mode decomposition; rational hermite interpolation; envelopes fitting

1 引言

1998年N E Huang等人提出的HHT变换(Hilbert-Huang Transform, 希尔伯特黄变换)为分析和处理非线性、非平稳信号提供了一种很好的方法^[1], 该方法被誉为是对传统的基于线性和平稳假设为基础的时频分析方法的巨大突破. HHT方法主要基于这样一个假设, 即任何信号都是由IMF分量(Intrinsic Mode Function Com-

ponent, 固有模态函数分量)组成的复合信号, 得到了IMF就能求得具有物理意义的瞬时频率^[2]. IMF需要满足两个基本条件: (1)在整个数据序列中, 极值点的数量 N_e (包括极大指点和极小值点)与过零点的数量 N_z 的差小于一; (2)在任意时间点 t 上, 由信号局部极大值确定的包络线和由信号局部极小值确定的包络线的均值为零. IMF分量通过EMD(Empirical Mode Decomposition, 经验模态分解)分解求得, 因此EMD是求得IMF

收稿日期: 2017-09-07; 修回日期: 2018-03-27; 责任编辑: 马兰英

基金项目: 江苏省普通高校研究生科研创新计划(No. CXZZ11_0575); 国家自然科学基金(No. 61772242, No. 61402204, No. 61572239); 江苏大学高级人才科研启动基金(No. 14JDC141); 中国博士后面上项目(No. 2017M611737); 镇江市社会发展项目(No. SH2016029)

的关键. N E Huang 提出的 EMD 方法通过有限次的“筛选”(sifting)可以将信号分解得到 IMF 分量. 如果说“筛选”是 EMD 方法的核心, 那么包络线拟合可以说就是“筛选”的核心. 包络线拟合的好坏直接关系到 IMF 分量的优劣.

尽管 EMD 方法在很多领域得到了广泛的应用, 但是经典的三次样条插值的包络线拟合方法仍然存在一些弊端, 如 undershoot 现象、模态混叠问题^[3-5]等等. 因此如何消除三次样条插值带来的这些弊端是这一领域研究的一个重要内容, 也吸引了众多学者对此展开了研究. L J Yang 等人^[5,6]提出了一种消除“undershoot”的方法, 该方法首先用三次样条插值求包络线, 再通过对 undershoot 现象区域迭代相减再求插值曲线的方法消除 undershoot. 作者在文献^[6]中进一步从理论上证明该方法可以消除 undershoot 现象, 然而该方法使用的 MPCl (Monotone Piecewise Cubic Interpolation, 单调分段三次插值)方法仅满足仅满足 C^1 连续, 插值曲线会存在光滑性问题. Yang 等人^[7-9]使用 B 样条插值代替三次样条插值提高了分解结果的局部特性, 但是由于基于 B 样条经验模态分解是假设信号无限长的, 未考虑端点延拓问题, 会带来端点效应. Xu 等人提出的分段抛物线法^[10], 能够比较好的克服 undershoot 问题, 但是其光滑性差, 效果不如三次样条插值. 朱伟芳等人^[11,12]提出了一种基于最小长度约束的包络线拟合算法, 算法利用拉格朗日求极值法优化差值点处的导数值, 找到长度最短的平滑包络线. 该方法提出的最短长度平滑包络线为曲线簇中最优包络线的计算提供了一种新的思路, 但是由于该方法使用的分段三次 Hermite 仅满足 1 连续, 会影响曲线光滑性. 另外, 由于该方法使用了非线性方程组求解最优曲线, 在极值点较多的情况下会增加计算时间导致 EMD 分解效率降低. 文献^[4,13]提出了基于可调整形状的三次三角 Cardinal 插值样条算法计算包络线, 该方法虽然带来一定的灵活性, 但是由于该样条曲线插值基函数构造复杂, 不易计算. Qin 等人^[14]在研究后认为三次样条插值算法中容易出现 undershoot 现象的原因是因为三次样条插值的灵活性不够, 因此提出使用分段幂函数来构造包络线. 然而算法中光滑性和灵活性是一对矛盾, 更多的灵活性就会牺牲光滑性. 尽管作者通过实验认为在幂指数 $\beta = 2.5$ 时, 包络线可以得到极好的效果, 但此时包络线只有一阶光滑性. 而文献^[5]的实验也说明幂指数插值法并未有效的消除 undershoot 现象. 除了这些基于插值算法进行改进的包络线算法外, 还出现了基于凸优化的方法^[15,16]等等. 从上述分析来看, 在解决 undershoot 问题的同时, 能否兼顾包络线的光滑性和灵活性是解决这一问题的重要考量. 经过研究我们发现, 相比于三次样条插值算法,

分段三次 Hermite 插值法对于 undershoot 问题也具有一定的抑制作用. 然而, 经典的分段三次 Hermite 插值法仅仅满足 C^1 连续, 并且在插值条件给定的情况下, 其曲线形状固定无法根据实际情况进行调整, 缺乏灵活性. 在实际的插值运用中往往需要根据实际情况对插值曲线进行局部调整以达到最佳的逼近效果.

基于上述原因, 本文引入一种带参数的有理四次 Hermite 插值算法, 该算法可以在给定插值条件的情况下, 通过调整参数灵活改变曲线形状, 从而更好地消除 undershoot 现象, 具有更好的逼近效果, 同时其满足 C^2 连续的特性也使得拟合得到的曲线更为光滑.

2 相关理论

2.1 undershoot 现象

在经典的包络线算法中, 首先计算得到信号的局部极大值点和局部极小值点, 然后对极大值点集和极小值点集分别使用三次样条插值拟合得到上下包络线. undershoot 现象如图 1 所示.

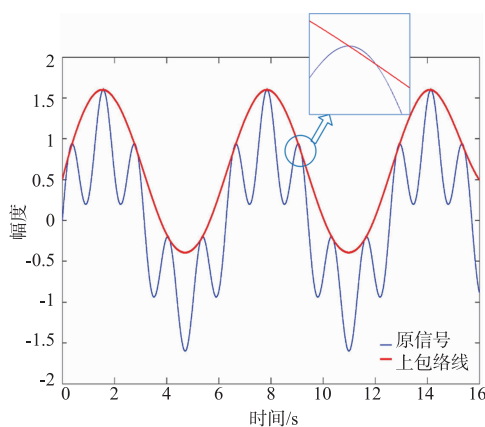


图1 包络线undershoot现象

从图中可以看到在部分极值点附近, 有包络线并不能将信号“包裹”住, 这种现象被称为 undershoot 现象. 这种情况会导致在计算信号瞬时频率的时候, 出现计算无意义的状况.

2.2 有理四次 Hermite 插值算法

定义 1 对于给定区间的 $n+1$ 个插值节点 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, 记 $h_i = x_{i+1} - x_i$, $t = \frac{x - x_i}{h_i}$, 则称:

$$\begin{cases} RF_i(t) = 1 + (\lambda_i - 3)t^2 - 2(\lambda_i - 1)t^3 + \lambda_i t^4, \\ RF_{i+1}(t) = -(\lambda_i - 3)t^2 + 2(\lambda_i - 1)t^3 - \lambda_i t^4, \\ RG_i(t) = t + (\lambda_i - 2)t^2 - (2\lambda_i - 1)t^3 + \lambda_i t^4, \\ RG_{i+1}(t) = -(\lambda_i + 1)t^2 + (2\lambda_i + 1)t^3 - \lambda_i t^4. \end{cases} \quad (1)$$

为带形状参数的有理四次 Hermite 插值基函数^[17]. 称:

$$RH(x) = y_i RF_i(t) + y_{i+1} RF_{i+1}(t) + h_i y'_i RG_i(t) + h_i y'_{i+1} RG_{i+1}(t), i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2)$$

为 $[a, b]$ 上带形状参数的分段有理四次 Hermite 插值样条, 其中 y_i, y'_i 分别是划分点 x_i 的函数值和一阶导数值. 使用该插值基函数, 当选定合适的形状参数时可以达到 C^2 连续, 公式(3)为该有理四次插值 C^2 连续性约束条件.

$$\begin{aligned} & [(y_i - y_{i+1}) + h_i(y'_i - y'_{i+1})] \cdot h_{i+1}^2 \lambda_i - \\ & [(y_{i+1} - y_{i+2}) + h_{i+1}(y'_{i+1} - y'_{i+2})] h_i^2 \lambda_i \quad (3) \\ & = - [3(y_i - y_{i+1}) + h_i(y'_i + 2y'_{i+1})] \cdot h_{i+1}^2 - \\ & [3(y_{i+1} - y_{i+2}) + (2y'_{i+1} + 2y'_{i+2})] h_i^2 \end{aligned}$$

该插值样条由于引入了 λ 这一参数, 插值曲线可以根据实际需要动态调整样条形状, 具有更加灵活的性质, 并且当形状参数 λ 满足公式(3)时达到 C^2 连续, 曲线将更加光滑. 计算可知该基函数与标准三次 Hermite 基函数具有完全相同的性质, 并且当 $\lambda = 0$ 时退化为标准的三次 Hermite 插值. 图 2 显示的是 7 个固定插值点下不同 λ 值得到的插值曲线.

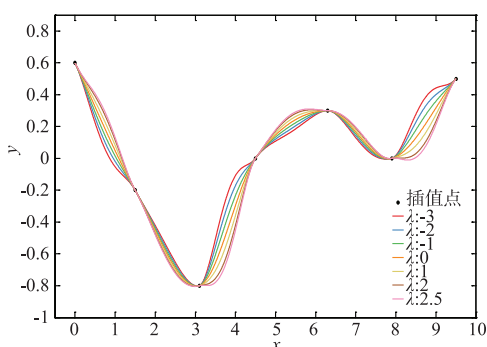


图2 不同 λ 取值的插值曲线

上述分析表明, 该有理四次 Hermite 插值样条是标准三次 Hermite 插值样条的一种扩展, 使用该插值样条可以更灵活的求取 EMD 算法中的包络线.

3 最优有理四次 Hermite 包络线插值算法

3.1 算法基本思想及实现步骤

本算法的基本思想: 有理四次 Hermite 插值样条是

$$\begin{cases} L_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{1 + \left[y_i(2(\lambda_i - 3)t - 6(\lambda_i - 1)t^2 + 4\lambda_i t^3) + y_{i+1}(2(3 - \lambda_i)t + 6(\lambda_i - 1)t^2 + 4\lambda_i t^3) \right.} \\ \quad \left. + (1 + 2(\lambda_i - 2)t - 3(2\lambda_i - 1)t^2 + 4\lambda_i t^3)h_i d_i + (1 - 2(\lambda_i + 1)t + 3(2\lambda_i + 1)t^2 - 4\lambda_i t^3)h_i d_{i+1} \right]^2} dt \\ \min L = \min(\sum_{i=1}^{n-1} L_i) \end{cases} \quad (7)$$

使用 PSO 算法我们可以确定 λ , 之后将其代入公式(2)从而确定所求上包络线. 同理可求得下包络线.

插值点处二阶导数的函数簇, λ 参数不同, 插值函数不同, 插值函数不同所得到的插值曲线也不同. 那么, 如何从中选出最为合理的参数呢? 借鉴文献[3]的思想. 即, 在曲线簇中, 理想的光滑插值曲线是曲线簇中长度最小的那条曲线, 因此找到这条曲线即为最佳插值曲线. 根据这一思想, 本文的思路是, 利用最优化方法找到使得插值曲线长度最小的 λ 参数, 从而确定最佳平滑包络曲线.

以上包络线为例, 最优有理四次 Hermite 包络线算法实现的步骤如下:

首先计算得到信号的 n 个局部极大值点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$, 整个曲线被分成了 $[x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ 等 $n-1$ 个区间.

对每个区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 利用公式(1)、公式(2)分别计算得到插值曲线函数 $RH(x, \lambda)_i, i = 1, 2, \dots, n-1$, 在这个公式中 x 是具有固定取值的已知参数, 因此该公式实际是关于 λ 的函数, 参数 λ 决定了曲线的形状, 要找到最优曲线也就是要找到最优的 λ 值, 也就是使得曲线长度最小的 λ 的值. 曲线长度可以表示为:

$$L_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{1 + [RH'(x, \lambda)_i]^2} dx, i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4)$$

其最小值可以表示为:

$$\min L_i = \min(\int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{1 + [RH'(x, \lambda)_i]^2} dx), i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

求 L_i 的最小值 $\min L_i$ 是一个最优化问题, 这里我们使用 PSO 算法 (Particle Swarm Optimization, 粒子群优化算法) 来求解这个问题. PSO 算法是一种模仿鸟群等动物群集行为的随机优化技术, 具有算法简单、收敛速度快的特点. 曲线长度是区间曲线的和, 可由公式(1)、(2)代入公式(5)确定, 如公式(7)所示. 由于所求曲线必然是在相邻极值点之间, 因此 λ 的取值范围可由公式(6)确定. 最后得到的待优化函数 (即, 适应度函数) 是由公式(3)、公式(6)及公式(7)组成的联合方程组.

$$\begin{cases} RH(\lambda)_i \leq \text{Max}(y_i, y_{i+1}) \\ RH(\lambda)_i \geq \text{Min}(y_i, y_{i+1}) \end{cases} \quad (6)$$

3.2 λ 范围的确定

从最优有理四次 Hermite 包络线算法实现的步骤

来看,显然使用 PSO 算法求取 λ 是本算法的核心. 求解公式(3)、公式(6)和公式(7)组成的目标函数是一个非线性优化问题,直接根据表达式不容易求得最优解. 但是,如果能够确定 λ 的取值范围,在 PSO 算法设置参数的时候就加以限定,将不但大大提高优化运算的速度,而且可以求得近似最优的解.

为估计 λ 的取值范围,本文随机生成 10000 组插值点(待生成的 10000 条插值曲线),每组 9 个插值点,对每组插值点代入 λ (λ 的取值范围从 -10 到 10,步长为 0.1),使用最优有理四次 Hermite 算法生成插值曲线,再计算每条曲线的长度,找出每条曲线的长度最小值和对应的 λ . 通过实验,我们发现最短曲线对应的 λ 以近 95% 的概率落在 $[-1.5, 2]$ 区间范围内. 据此,我们把 λ 的范围设置为 $[-1.5, 2]$. 实验结果如图 3 所示,图中横坐标对应的是 λ 的值,纵坐标对应的是相应 λ 值对应最短曲线数目.

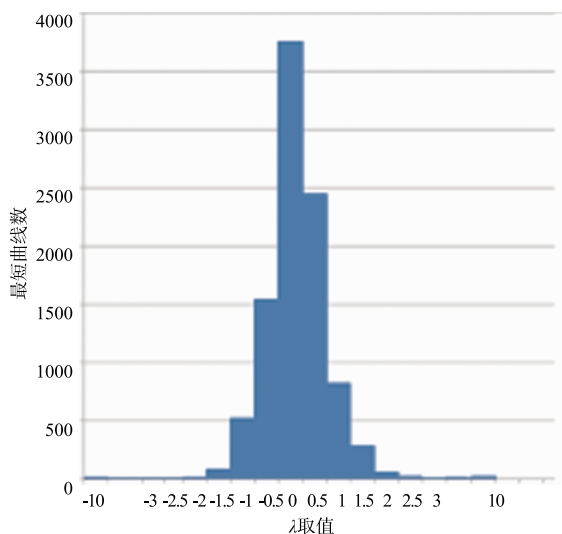


图3 λ 取值与最短曲线数

4 实验及分析

为验证新方法的有效性,本文采用线性仿真信号和美国麻省理工学院提供的 MIT-BIH 心律失常数据库^[18]中的 ECG (Electrocardiogram, 心电图) 信号进行测试. 本文所有实验均在同一台电脑上完成,硬件配置为 CPU: Xeon (R) E5 - 4607 2.2GHz, RAM: 16GB; 软件配置为: Windows2008 标准版 64 位操作系统, Matlab2014a.

4.1 仿真信号实验

本算法实验所用仿真信号如下式所示:

$$\begin{cases} y(t) = y_1(t) + y_2(t) \\ y_1(t) = \cos(2\pi t) \\ y_2(t) = (20 + 100\sin(2\pi t)) \cos(40\pi t) \end{cases}, t \in (0, 1) \quad (8)$$

仿真实验的信号是由两个 AM-FM 信号组成的复合信号,实验取样频率 1000,时间 1 秒, $y(t)$ 及其两个分量 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 的时域波形图如图 4 所示. 本文分别使用经典的三次样条插值、分段三次 Hermite 插值和本文新方法求取包络线. 实验结果如图 5 所示. 从图中可以看出,经典三次样条插值方法虽然具有较好的光滑性,但是在上包络线的 a 、 b 、 c 、 d 四个极值点附近处均出现了明显的“过冲”现象,而分段三次 Hermite 插值方法光滑性有所欠缺,且在 a 、 b 、 d 三个极值点附近出现了明显的“过冲”现象. 提出的新方法由于符合 C^2 连续因此其插值曲线的光滑性要优于另两种,同时新算法也避免了 undershoot 现象.

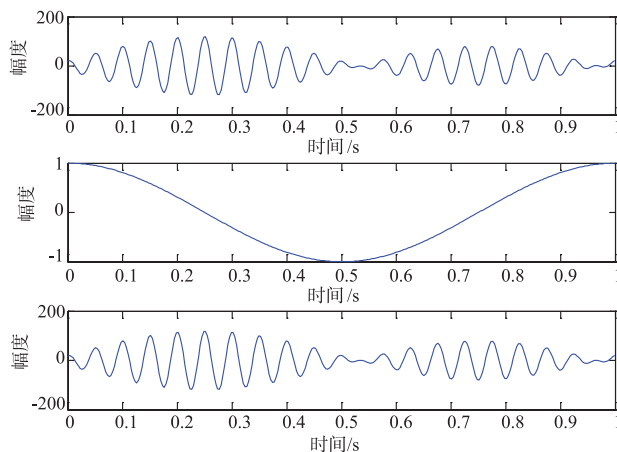


图4 信号 $y(t)$ 、 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 的时域波形图

为了验证新算法在 EMD 中的有效性,将新算法代入 EMD 算法中进行测试,并与 CSI (Cubic Spline Interpolation, 三次样条插值)、PCHI (Piecewise Cubic Hermite Interpolation, 分段三次埃尔米特插值) 两种方法进行比较. 图 6 是分别使用三种插值方法进行 EMD 分解后得到的 IMF 分量图. 我们采用文献^[1]的方法进行 EMD 分解,设置停止参数 SD 为 0.5,并使用文献^[19]的方法抑制端点效应. 从图 5 中我们可以看出,CSI、PCHI 和本文方法分离出的 IMF1,均接近 $y_2(t)$ 波形,但是前二者均

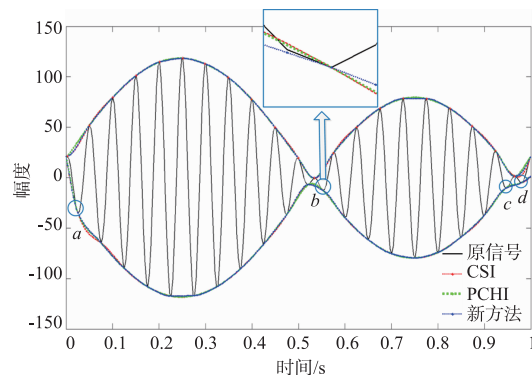


图5 CSI、PCHI和本文方法包络线图

未能分离出 $y_1(t)$, 用本文方法分离出的 IMF6 与原始信号分量 \cos 函数的波形较为接近.

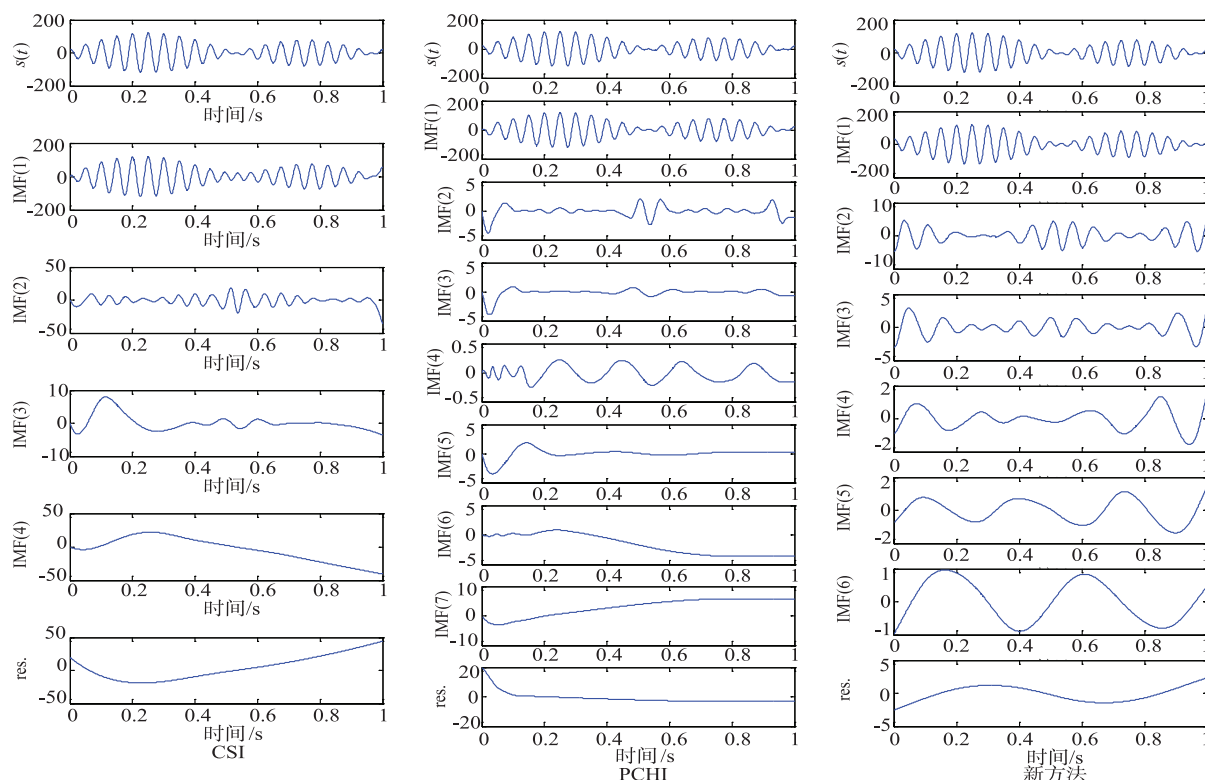


图6 信号 $y(t)$ 的三种不同插值方法的EMD分解结果

IO 指标 (Index of Orthogonality, 正交度)^[1] 和 IEC 指标 (Index of Energy Conservation, 能量保存度)^[20] 是评价 EMD 分解结果的两个重要指标, 其中 IO 指示了解出的 IMF 分量之间的正交程度, 其值越接近于 0 说明各个 IMF 分量之间越接近于正交; IEC 指示了除去剩余项外, 信号在分解前后能量的对比度, 其值越接近于 1 说明 EMD 分解能量损失越少, 越接近于无损. 公式 (9)、公式 (10) 分别为 IO 和 IEC 的计算公式.

$$IO = \sum_{i=0}^T \left(\sum_{j=1}^{M+1} \sum_{i=1}^{M+1} f_j(t)f_i(t)/S^2(t) \right) \quad (9)$$

$$IEC = \sum_{i=0}^T \sum_{i=1}^{M+1} f_i^2(t) / \sum_{i=0}^T [S(t) - Res(t)]^2 \quad (10)$$

其中 $S(t)$ 表示源信号, $f_i(t)$ 表示分解得到的第 i 个 IMF 分量, 共 M 个 IMF 分量, 公式中第 $M+1$ 个 IMF 为剩余项 $Res(t)$.

表 1 为对仿真信号使用 CSI、PCHI 和本文方法进行 EMD 分解后的 IO、IEC 及计算时间的比较. 从表中我们可以看出新方法在 IO 和 IEC 指标上均优于前二者. 从计算消耗的时间来看, 尽管新方法限定了 λ 的取值范围, 但是由于在计算过程中增加了寻优过程, 因此计算时间多于前二者.

4.2 非平稳信号实验

MIT-BIH 心律失常数据库中的 ECG 信号数据来自

于实际采集的人体心电信号, 通常受到各种噪声信号的干扰, 如工频干扰、肌电干扰、极限漂移等等, 是一种典型的非平稳随机信号. 图 7 是一段受到高频信号干扰的心电信号分别使用 CSI、PCHI 和本文新方法进行 EMD 分解的结果图. 从图中可以看出, 三种方法分离得到的 IMF1 都是高频信号, 从中几乎看不到心电信号. 从 IMF2 中我们可以看到明显的心电信号的 QRS 波形, 但是三者同时也存在大量高频信号的叠加. CSI 方法分离得到的 IMF3 及后面的分量只有高频噪声, 已经看不到心电信号了, PCHI 方法得到的 IMF3 中存在心电信号但是在高频噪声的混合下不能看出来, 可见这两种方法存在严重的模态混叠效应. 从新方法得到的 IMF3 中可以很明显的看到心电信号波形, 尽管也存在一部分高频噪声但是噪声信号幅度较小, 模态混叠效应不明显.

表 1 三种方法对线性信号 $y(t)$ EMD 分解的 IO、IEC 指标及计算时间比较

	CSI	PCHI	新方法
IO	0.08829	0.07582	0.04576
IEC	0.8779	0.8878	0.9571
Time(s)	0.160084	0.161405	1.907110

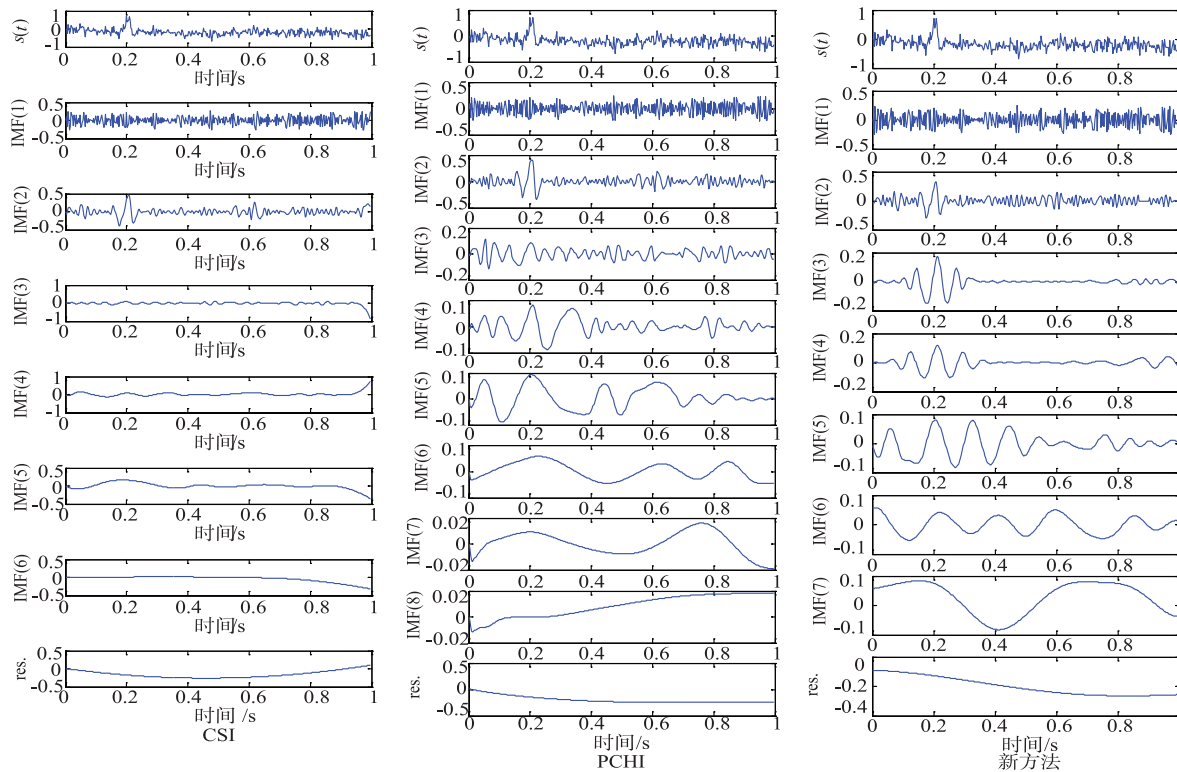


图7 三种不同插值方法对ECG信号EMD分解结果

表2是对ECG信号EMD分解的CSI、PCHI和新方法的IO、IEC及计算时间比较,从表中可以看出,新方法在对ECG信号分解后的IO和IEC两项指标上也均优于二者.在时间消耗上,CSI和PCHI方法相差无几,但新方法计算时间也跟仿真信号实验一样多于前二者.相比于仿真信号,由于实际ECG信号的局部极值点的增加,相应的优化计算量也增加了,因此时间消耗也有了增加.

表2 三种方法对ECG信号EMD分解的IO、IEC及计算时间比较

	CSI	PCHI	新方法
IO	0.07857	0.05823	0.02576
IEC	0.87793	0.88784	0.95717
Time(s)	0.180199	0.180910	6.797188

5 结论

本文对EMD算法中的包络线算法进行了研究,针对经典的CSI算法、经典PCHI算法在EMD包络线拟合中存在的问题,提出一种基于有理四次Hermite插值和PSO的包络线拟合算法,利用带参数的有理四次Hermite算法的灵活性,采用粒子群优化算法找到最优插值曲线,从而确定最优包络线.由于新方法增加了计算复杂度,仿真信号和实际信号的分析表明,新方法在时间消耗上要多于传统方法,但是该方法能够有效

避免经典算法中的undershoot现象,改善模态混叠效应,在正交性和能量保存度两个指标上也优于经典算法,为EMD分解包络线算法提供了一种新方法.

参考文献

- [1] HUANG N E, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [2] HUANG N, et al. On instantaneous frequency [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2011, 2(1): 177-229.
- [3] HUANG J, et al. An improved EMD based on cubic spline interpolation of extremum centers [J]. Journal of Vibro-engineering, 2015, 17(5): 2393-2409.
- [4] LI Y B, et al. An improvement EMD method based on the optimized rational Hermite interpolation approach and its application to gear fault diagnosis [J]. Measurement, 2015, 63: 330-345.
- [5] YANG L J, et al. An improved envelope algorithm for eliminating undershoots [J]. Digital Signal Processing, 2013, 23(1): 401-411.
- [6] YANG L J, et al. The theoretical analysis for an iterative envelope algorithm [J]. Digital Signal Processing, 2015, 38: 32-42.

- [7] YANG Y L, et al. An analytical expression for empirical mode decomposition based on b-spline interpolation [J]. *Circuits Systems and Signal Processing*, 2013, 32(6): 2899 – 2914.
- [8] ZHENG J, et al. A b-spline quasi-interpolation EMD method for similarity/dissimilarity analysis of DNA sequences [J]. *Journal of Fiber Bioengineering and Informatics*, 2015, 8(2): 347 – 355.
- [9] CHEN Q, et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions [J]. *Advances in Computational Mathematics*, 2006, 24(1–4): 171 – 195.
- [10] XU Z G, et al. An alternative envelope approach for empirical mode decomposition [J]. *Digital Signal Processing*, 2010, 20(1): 77 – 84.
- [11] 朱伟芳, 等. 一种最小长度约束的 EMD 包络拟合方法 [J]. *电子学报*, 2012, 40(9): 1909 – 1912.
ZHU W F, et al. A least-length constrained envelope approach for EMD [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(9): 1909 – 1912. (in Chinese)
- [12] ZHU W F, et al. A flattest constrained envelope approach for empirical mode decomposition [J]. *Plos One*, 2013, 8(4): e61739.
- [13] ZHAO D, et al. An improved EEMD method based on the adjustable cubic trigonometric cardinal spline interpolation [J]. *Digital Signal Processing*, 2017, 64(Supplement C): 41 – 48.
- [14] QIN S, et al. A new envelope algorithm of hilbert-huang transform [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(8): 1941 – 1952.
- [15] YANG L, et al. A novel envelope model based on convex constrained optimization [J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 29(1): 138 – 146.
- [16] PUSTELNIK N, et al. Empirical mode decomposition revisited by multicomponent non-smooth convex optimization [J]. *Signal Processing*, 2014, 102(102): 313 – 331.
- [17] 李军成, 等. 带参数的四次 Hermite 插值样条 [J]. *计算机应用*, 2012, 32(7): 1868 – 1870, 1874.
LI Jun-cheng, et al. Quartic Hermite interpolating splines with parameters [J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, 32(7): 1868 – 1870, 1874 (in Chinese)
- [18] MOODY G B, et al. The impact of the MIT-BIH Arrhythmia Database [J]. *Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE*, 2001, 20(3): 45 – 50.
- [19] 邵晨曦, 等. 一种自适应的 EMD 端点延拓方法 [J]. *电子学报*, 2007, 35(10): 1944 – 1948.
SHAO Chen-xi, et al. A self-adaptive method dealing with the end issue of EMD [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(10): 1944 – 1948. (in Chinese)
- [20] CHEN Q, et al. A b-spline approach for empirical mode decomposition [J]. *Advances in Computational Mathematics*, 2006, 24(1): 171 – 195.

作者简介



刘毅 男, 1979 年出生, 江苏张家港人。江苏大学计算机科学与通信工程学院高级实验师。研究方向为医学信息分析与处理。
E-mail: ly@ujs.edu.cn



宋余庆 (通信作者) 男, 1959 年出生, 江苏镇江人。江苏大学计算机科学与通信工程学院教授, 博士生导师。研究方向为医学信息分析与处理。
E-mail: yqsong@ujs.edu.cn